

EL INGRESO A INGENIERÍA EN LA UNRC: DEL ANÁLISIS CONCEPTUAL A LA APLICACIÓN DE FUNCIONES MATEMÁTICAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE FÍSICA

Adriana Fernández, Santiago Esquenazi, Fabián Venier y Jorge Vicario
Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Río Cuarto
afernandez@ing.unrc.edu.ar

Resumen: Se presenta un nuevo enfoque en el curso de ingreso a Ingeniería en la Universidad Nacional de Río Cuarto, donde se prioriza el análisis y la aplicación de funciones matemáticas en la resolución de problemas de Física, aspecto que los integrantes de la asignatura Introducción a la Física consideran una de las limitantes fundamentales para el aprendizaje de Cinemática y Dinámica en el primer año de la carrera. Por encima, incluso, del análisis conceptual de las leyes del movimiento sobre el que se venía trabajando en el curso de ingreso desde comienzos de los '90.

Los resultados de esta primera experiencia son positivos en cuanto a la evolución observada en los aspirantes luego de un mes de trabajo intensivo con vectores, trigonometría y funciones lineales y cuadráticas en la resolución de problemas sencillos de Cinemática.

El análisis de estos resultados se extenderá a lo largo de las asignaturas Introducción a la Física (Dinámica de Partículas) y Física (Dinámica del Cuerpo Rígido) en el primer año de estudios, a fin de reformular las actividades de ingreso para el 2018.

INTRODUCCIÓN

La asignatura Introducción a la Física corresponde al primer semestre de las carreras de Ingeniería Eléctrica, Mecánica, Química y en Telecomunicaciones que se ofrecen en la Universidad Nacional de Río Cuarto. Cinemática y Dinámica de la partícula son sus temas centrales, a los que se agregan tópicos de Óptica Geométrica. Su propósito es introducir al alumno en la Mecánica Newtoniana y entre sus objetivos generales se espera que el alumno acceda al empleo de una lógica rigurosa necesaria para avanzar en las Ciencias de la Ingeniería, que desarrolle habilidades para aplicar la metodología de la Física y comprenda la importancia y el alcance del trabajo con modelos, identificando sus límites, así como sus posibilidades de ampliación a través de la introducción de mayores niveles de complejidad. Dada una situación física cualquiera, se espera que el alumno reconozca los temas específicos que corresponden a esa situación e individualice las leyes o principios aplicables a la misma. Para resolverla debe analizar algebraica y vectorialmente las magnitudes y cantidades que intervienen, realizar las consultas, esquemas, gráficos y eventualmente experimentos que aclaren y expliquen dicha situación, y –finalmente- justificar teóricamente la validez de las leyes o principios que utilizará.

Se observa, sin embargo, que muchos de los alumnos ingresantes no acceden a la Universidad con los conocimientos y las habilidades necesarias para alcanzar estos objetivos. Trabajos realizados en el marco del PIIAC (Programa de Investigaciones Interdisciplinarias en el Aprendizaje de las Ciencias) permitieron determinar que el 70% de los ingresantes a la universidad explicaban la caída de los cuerpos según el Modelo Aristotélico. Hay una mínima proporción de alumnos que razonan de acuerdo con el Modelo Newtoniano (2%) y el

resto presenta contradicciones propias de un Modelo Prenewtoniano (Vicario y otros, 1994). Se encontró que también presentan dificultades para realizar operaciones matemáticas, interpretar gráficos e identificar y despejar las variables que intervienen en una función con aplicación en Física.

Atendiendo a esta situación, durante varios años se priorizó el aprendizaje conceptual que favorezca la superación de las representaciones acerca de fenómenos físicos que pueden explicarse con el modelo de la Mecánica Newtoniana y que el grupo ha estudiado desde comienzos de los '90 a partir de los aportes de autores constructivistas, como Moreno Marimón (1988), Johnson Laird (1990) y Gardner (1993). Para ello se elaboró un material de Física que buscó promover en el aspirante un particular interés por resolver situaciones problemáticas que impliquen un mayor enfoque conceptual y que lo lleven a formular y someter a comprobación sus propias hipótesis. Se puso énfasis en la resolución de problemas en pequeñas comunidades de aprendizaje (Fernández y otros, 2004) y en la aplicación de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), tanto en el ingreso cuanto en las primeras asignaturas de Física, para favorecer las competencias de argumentación y resolución de problemas (Vicario y otros, 2016).

Se observó, sin embargo, que los avances logrados en cuanto al manejo conceptual, no tenían su correlato en la resolución de situaciones problemáticas que requerían de la utilización de funciones matemáticas.

De un análisis realizado por los integrantes de la asignatura en 2015/16, basado en observaciones en clase y exámenes parciales escritos, surgió que los alumnos presentaban falencias relacionadas con el estudio de la Física, con la lógica de la Matemática y de falta de hábito y estrategias para el estudio.

En lo que se refiere al estudio de la Física, se observa el manejo de una Física muy “aristotélica” y memorística, escasa predisposición para justificar acontecimientos físicos, falta de conocimiento sobre unidades de medida y sus conversiones, y dificultades para la adquisición del lenguaje específico de la materia.

Hay un escaso uso del razonamiento lógico matemático, bajo manejo de herramientas geométricas, falta de práctica en ciertas operaciones y métodos algebraicos, y escasa asociación entre funciones matemáticas y sus equivalentes físicas, y poco conocimiento del “significado” de los parámetros de las mismas.

En cuanto al estudio, presentan poca capacidad de atención, no tienen disposición ni estrategias para el estudio y el manejo de los tiempos, falta de responsabilidad para el desempeño autónomo y para llevar la asignatura al día y ningún reconocimiento de la importancia del curso de ingreso y sus consecuencias posteriores.

Estudiosos de las condiciones con que los aspirantes llegan a la Universidad determinaron que tienen serios problemas de razonamiento lógico, argumentación, experimentación, uso y organización de la información (Cabanellas y otros, 2010), además de escaso o nulo manejo del lenguaje propio de la disciplina y de la Matemática, que actúan en la enseñanza de manera sinérgica (Idogaya y Lorenzo, 2016). Señalan, además, que la Matemática es una

herramienta indispensable para resolver situaciones problemáticas que en muchos casos requieren también del lenguaje gráfico para la representación esquemática de situaciones o gráficos cartesianos que reflejan relaciones cuantitativas y cualitativas entre variables.

Coincidencias con el CONFEDI

Esta problemática coincide con la descrita en un documento del CONFEDI (Consejo Federal de Decanos de Ingeniería) sobre las competencias requeridas para el ingreso a los estudios universitarios en Ingeniería (CONFEDI, 2014). Se señala, por ejemplo, que los aspirantes llegan a la Universidad con dificultades para la lecto/escritura y la interpretación de textos, para organizar el material informativo y la selección de contenidos, para la expresión oral y escrita, y para aplicar estrategias de profundización, como clasificar, comparar, contrastar, analizar y sintetizar, a lo que se agregan habilidades matemáticas poco desarrolladas para responder a los requerimientos del aprendizaje en la educación superior.

Atendiendo a esta situación, el CONFEDI estableció las competencias que deberían tener los ingresantes a carreras de Ingeniería, de las cuales el grupo se propuso trabajar fundamentalmente sobre la competencia específica “Análisis de una función o un fenómeno físico sencillo, a partir de representación gráfica y/o a partir de sus ecuaciones matemáticas”, esperando contribuir también sobre las competencias de “Reconocimiento y utilización de conceptos de Física y de Matemática” y “Transferencia del conocimiento científico de Física y Matemática a situaciones problemáticas variadas”.

La idea es trabajar el curso de ingreso centrando más en el análisis matemático que en los conceptos físicos, pero usando éstos como un vehículo pertinente, para enseñar a los alumnos las herramientas matemáticas básicas, de manera que puedan comenzar a cursar Introducción a la Física con ciertos conocimientos ya adquiridos.

Cabe destacar que el Sistema de Ingreso de la Facultad de Ingeniería de la UNRC abarca no sólo el curso de ingreso propiamente dicho, que se desarrolla en el mes de Febrero de cada año –del que se ocupa este trabajo– sino también las tareas de divulgación de las carreras que comprende visitas a algunas escuelas y unas jornadas presenciales (JUPA) que en Septiembre de cada año organiza la Secretaría Académica de la Universidad, como así también un taller preparatorio semipresencial que se desarrolla entre Octubre y Diciembre.

METODOLOGÍA DE TRABAJO

Durante el desarrollo del curso de una duración de 15 días de 2 horas diarias dedicadas a la asignatura, se trabajó con vectores y cinemática unidimensional, con el propósito de afianzar los conocimientos de Matemática. Se trabajó con 7 comisiones de 35 alumnos cada una. Las clases consistían en una introducción teórica por parte del docente a cargo y resolución de situaciones problemáticas que los alumnos debían resolver en pequeños grupos de aprendizaje, luego se hacía una puesta en común, y se discutía su resolución con el resto de la clase. Se enfatizaba en la participación activa de los alumnos y se pedía que fuera alguno de ellos quien lo resolviera en el pizarrón para después discutirlo con sus compañeros.

Se trabajó el tema funciones ligado a la Cinemática, con problemas en los que se hizo hincapié en una lectura detallada de los enunciados, viendo si éstos eran claros o no y que no dieran lugar a dudas. En algunos casos se trató de estimar un resultado aproximado, se usaron tablas para representar las variables o gráficos cualitativos que permitían estimar cómo evolucionarían esas variables, y entonces determinar si la función que caracterizaba la representación era lineal o cuadrática. Luego se operó con las funciones relacionándolas con parámetros físicos, como se estila en las propuestas de aprendizaje basadas en la resolución de problemas (Campamer y otros, 2016). De hecho, la competencia de resolución de problemas es trabajada también en Introducción a la Física, en paralelo con las competencias de argumentación, metacognición y trabajo colaborativo, seleccionadas en un trabajo de articulación realizado en conjunto con docentes del Nivel Medio y financiado por el Ministerio de Educación de la Nación (Amieva y otros, 2006).

Para evaluar los resultados de la propuesta se tomaron dos evaluaciones: una de diagnóstico, al comenzar el curso de ingreso, y otra al final del mismo. Esta evaluación comprendía problemas sobre los siguientes ítems:

-**Vectores** (representación gráfica a partir del módulo y la dirección expresada con el ángulo en grados; a partir de sus componentes, o con el módulo y el ángulo expresado en radianes). Otro reactivo pedía el cálculo de las componentes del vector a partir de su módulo y dirección. En otro grupo se daban las componentes y se pedía el módulo y la dirección de la resultante.

-Dada la ecuación de segundo grado correspondiente al **movimiento rectilíneo uniformemente variado**, se pedían las condiciones iniciales, el valor del desplazamiento para un determinado tiempo y el cálculo de la resolvente para determinar en qué tiempo se alcanzaba otro desplazamiento.

-Algo similar se hacía con un problema de encuentro de dos móviles con **movimiento rectilíneo uniforme**. Dadas las dos ecuaciones lineales, se pedía el desplazamiento inicial, el cálculo de la distancia que separaba a ambos móviles en un tiempo determinado, y el tiempo de encuentro a partir de la resolución del sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Algunos grupos resolvían estos problemas a partir de las ecuaciones con sentido físico y otros con expresiones matemáticas sin ningún contenido físico.

-Se incluyeron también algunos problemas sobre **cálculo de área, cambio de unidades y reglas de tres directa e inversa**.

RESULTADOS

Un total de 221 alumnos se presentaron a la evaluación final del curso de ingreso, 130 de los cuales (58,8%) aprobaron con un calificación de 5 o más puntos. En el examen de diagnóstico, antes de empezar el curso, habían rendido 215 aspirantes, con 38 aprobados (17,7%). Estos resultados se presentan en el cuadro 1.

Cuadro 1: Comparativo del nivel de aprobación entre el examen de diagnóstico y el final.

Evaluación de diagnóstico			Evaluación final		
Total Alum.	Alum. Aprob.	%	Total Alum.	Alum. Aprob.	%
215	38	17,7	221	130	58,8

Ambos registros son ligeramente superiores a los porcentajes históricos determinados por el grupo, donde los niveles de aprobación eran del 6/10% en la evaluación diagnóstica y del 40/50% en la evaluación final (Vicario y otros, 2015) en los cursos donde, como se dijo, se priorizaba el análisis conceptual de las leyes del movimiento.

En cuanto a los temas trabajados en el ingreso de este año, se analizó la variación de las respuestas positivas entre el diagnóstico y el final, para los problemas de vectores, ecuaciones lineales y ecuaciones de segundo grado. En el cuadro 2 se muestran los resultados diferenciados por contenidos en los problemas sobre vectores y ecuaciones lineales (MRU) y cuadráticas (MRUV). Los datos corresponden a las respuestas de 55 aspirantes a las ingenierías Mecánica y Electricista.

Cuadro 2: Comparativo de respuestas correctas sobre vectores y funciones.

Tema	Eval. de diagnóstico (%)	Evaluación final (%)
Vectores		
Representación gráfica	24,5	47
Cálculo de componentes	4	51
Función lineal (MRU)		
Representación gráfica	10	23
Posición inicial	22	44
Cálculo de la distancia entre móviles para un cierto tiempo	28	56
Función cuadrática (MRUV)		
Posición y velocidad inicial	33,5	79
Cálculo de la posición para un cierto tiempo	35	72
Cálculo del tiempo en que se alcanza una posición dada (resolvente)	1	21

Como se observa en los resultados obtenidos, la mejora en los resultados fue notable en todos los ítems trabajados, destacándose el cálculo de las componentes de un vector, que incluye trigonometría, y la resolución de la ecuación de segundo grado.

No se registraron diferencias sustanciales en las respuestas obtenidas ante problemas expresados desde el punto de vista físico (18% a 37%) o matemático (10% a 33%).

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

En el examen de diagnóstico tomado previamente al dictado del cursillo de ingreso, se pudo confirmar que los estudiantes llegan a la universidad “con dificultades que corresponden a otras áreas de conocimiento afín (Apuntes Área Pedagógica – Facultad de Farmacia y Bioquímica UBA, 2015), en este caso de Matemática. Situación que resulta preocupante porque algunos son sumamente sencillos y básicos, incluso para el Nivel Medio, como el cálculo de un área o volumen, o de porcentajes, o reglas de tres. También tienen serios problemas para el cambio de unidades y, en el caso de funciones, en distinguir entre lo que son variables independientes y dependientes, y al momento de despejarlas de una ecuación. También es preocupante la dificultad que presentan para hacer una representación gráfica. El gráfico de una función debe ser interpretado de manera global y conlleva un fuerte conocimiento conceptual para dar explicaciones sobre el fenómeno físico plasmado en el mismo. Muchas veces no existe esa coherencia interna en lo que los estudiantes “piensan que saben”, lo cual se evidencia en las representaciones, que suelen no ser coherentes con los modelos físicos usados en el abordaje de ciertos fenómenos. La dificultad es todavía mayor, en algunos casos, cuando se les pide que construyan algún gráfico a partir de la función correspondiente.

Un gran porcentaje de los estudiantes manifiesta no tener conocimiento sobre magnitudes vectoriales, uno de los temas fundamentales para encarar el estudio de la Física en cualquiera de las carreras que se dictan en las facultades de Ingeniería. Hay que decir, sin embargo, que no es un contenido que forme parte de la currícula de la mayoría de los colegios secundarios. Esto obstaculiza el aprendizaje de la mecánica newtoniana.

Algo similar ocurre con las funciones trigonométricas, fundamentales para el trabajo con vectores, y con las funciones lineales que reflejan el movimiento unidimensional de un cuerpo a velocidad constante, y con las funciones cuadráticas que representan el movimiento uniformemente acelerado. En este caso se observa un conocimiento incompleto que llega apenas a la identificación de las condiciones iniciales. Y como se dijo más arriba, también les cuesta mucho plasmar en un gráfico la relación entre las variables que participan en la ecuación.

Aunque las diferencias no fueron sustanciales en cuanto a la evolución registrada cuando los enunciados eran matemáticos y no físicos, en clase se notaba que muchos de los aspirantes tenían dificultades para encontrar la semejanza entre las funciones que se estudian en matemática con las que se trabajan en situaciones físicas. Por ejemplo, que es lo mismo cuando se habla de $y = f(x)$ en Matemática y de $x = f(t)$ para estudiar el movimiento de un cuerpo en Física, sólo cambian los nombres de los parámetros y las variables (Torroba y otros, 2016).

CONCLUSIONES

Puede decirse, en principio, que esta nueva versión del curso de ingreso de Física logró que el aspirante pueda empezar a visualizar el valor de la matemática como herramienta para la descripción y el estudio del movimiento de los cuerpos. *“Es necesario desarrollar en los alumnos un pensamiento físico-matemático, por medio de la comprensión de los conceptos de la Física a partir de sus aspectos matemáticos, superando la dicotomía pensamiento cualitativo para la física y pensamiento cuantitativo para la Matemática. Por lo tanto, el aprendizaje ocurre en la medida en que el alumno entiende el carácter deductivo del formalismo matemático, comprende las analogías que le permiten pensar fenómenos físico desconocidos, desarrolla abstracciones, entre otras habilidades”*, dicen al respecto Viscaino y Terrazzan (2015), en lo que se conoce como matematización en procesos de enseñanza de la Física.

Es muy importante que el alumno pueda diferenciar entre un lenguaje puramente matemático y un lenguaje matemático asociado a la física, pues los símbolos no son usados de la misma manera para expresar cantidades o relaciones entre cantidades de la matemática, que para expresar ideas que tienen que ver con los fenómenos físicos. Por otro lado, en disciplinas como la Física, si el resultado numérico no va acompañado de unidades de medidas, este resultado carece de sentido físico; por lo que es necesario acompañar a estas cantidades que se mencionaban anteriormente, con unidades de medida que dependen de parámetros que varían de acuerdo a los sistemas físicos en estudio. Esto no es así en matemáticas. Volviendo al trabajo de Viscaino y Terrazzan, es necesario que en los estudiantes quede debidamente aclarado que las ecuaciones no son simplemente una fórmula para arribar a un valor numérico, en Física son relaciones que son función del sistema, con significados específicos en cada caso.

Si se logra que el estudiante incorpore estas herramientas a sus conocimientos será posible en ellos la capacidad para razonar y el apropiarse de los modelos mentales que el grupo venía estudiando desde el punto de vista de autores ya clásicos como Johnson-Laird o Gardner, y que Cassan y otros (2015) definen como *“representaciones en la estructura cognitiva interna de los individuos y utilizadas por ellos para comprender distintos aspectos del mundo”*. En definitiva, estos modelos son formas simplificadas de la realidad que ayudan a entender, explicar y hacer predicciones para facilitar la interpretación de ciertos fenómenos.

Se observa como necesario lograr una mejor articulación con el ingreso de Matemática e incluso durante el cursado simultáneo de Cálculo Matemático con las Física en las carreras de Ingeniería, de manera de *“fomentar la vinculación de algunos temas que tienen conceptos comunes en ambas asignaturas, de propiciar la integración y construcción de conocimientos a través de actividades y de comparar el lenguaje simbólico que en ellas se utilizan”*, como se señala en el trabajo ya citado de Torroba y otros.

Estos aspectos seguirán siendo analizados a lo largo del año en las asignaturas Introducción de la Física y Física, ya que, como se dijo más arriba, el Sistema de Ingreso ha sido definido en la Facultad de Ingeniería de la UNRC como un proceso que se lleva adelante a lo largo de todo el primer año de estudios.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMIEVA, R.; ETCHEGARAY, S.; VICARIO, J.; ZINGARETTI, L. (2006). Competencias disciplinares básicas en el área de las Ciencias Experimentales, en *El espacio de las competencias en la articulación curricular por disciplinas entre Nivel Medio y Universitario*. Editorial Universidad Nacional de Río Cuarto. ISBN 950-665-387-9.
- ÁREA PEDAGÓGICA Facultad de Farmacia y Bioquímica de la UBA. (2015) Las nuevas propuestas de evaluación <http://www.ffyb.uba.ar/area-pedagogica-202/ampliacion-de-contenido-area-pedagogica/las-nuevas-propuestas-de-evaluaciones>. Diciembre 2016.
- CABANELLAS, S.; DOMININO, M.; MASSA, M. (2010) Representaciones de la Física en estudiantes de Ingeniería. Un análisis estructural. *Revista Enseñanza de la Física* – Vol. 23 Nro. 1 y 2, Pag. 44 a 54.
- CAMPAMER, G.; CAPUANO, V.; GALLINO, M. (2016). Enseñar y Aprender con Problemas. *Universitas. Editorial Científica Universitaria*. ISBN: 978-987-575-087-9.
- CONFEDI. (2014). Competencias en Ingeniería. *Universidad Fasta*. ISBN 978 987 1312 61 0.
- CASSAN, R.; LLONCH, E.; ROSOLIO, A.; SÁNCHEZ, P. (2015). Ideas de los alumnos ingresantes a la universidad acerca de los modelos en Física. *Revista Enseñanza de la Física* Vol. 27 Nro. Extra Diciembre 2016 – Pag.141 a 147.
- FERNANDEZ, A.; VICARIO, J.; LUCCHINI, M.; TARASCONI, C.; AMIEVA, R. (2004). Estrategias de resolución de problemas en el aprendizaje de la Física: su percepción y empleo en estudiantes de Ingeniería. *4to. Congreso Argentino de Enseñanza de la Ingeniería*, Buenos Aires.
- IDOGAYA, I.; LORENZO, G. (2016). La compleja apropiación de la información conceptual de los gráficos cartesianos en aulas de física en la universidad. *Revista Enseñanza de la Física* – Vol. 28 Nro. Extra - Noviembre 2016 – Pag.279 a 286.
- TORROBA, P.; DEVECE, E. TRÍPOLI, M.; AQUILANO, L. (2016). Cinemática y el análisis de una función: una propuesta didáctica para su articulación en el contexto de una facultad de ingeniería. *Revista Enseñanza de la Física* – Vol. 28 Nro. Extra – Pag.91 a 99.
- VICARIO, J.; AMIEVA, R.; SCOPPA, A.; CERUTTI, M.; FERNANDEZ, A.; LECUMBERRY, G. (1994). El aprendizaje como superación de los modelos representativos. *The International Conference "Science and Mathematics Education for the 21st. Century: Towards Innovatory Approaches"*, Concepción (Chile). Páginas 599 a 607.
- VICARIO, J.; CHIECHER, A.; FERNANDEZ, A. (2016) Las redes sociales como herramienta para favorecer el aprendizaje de la Física. *Latinamerican Journal of Physics Education*, Vol. 4 N°1 México, ISSN 2007-9842.
- VICARIO, J.; CHIECHER, A.; MENDEZ, A.; PAOLONI, P.; MUÑOZ, D.; FERNANDEZ, A.; CEBALLOS, C.; ALLEVI, C. (2015). El aporte de las TIC al aprendizaje colaborativo de la Física y a la generación de vínculos entre los aspirantes al ingreso a la Universidad. *Revista de Enseñanza de la Física*. Vol. 27, pág. 405 a 410. ISSN 2469052X.
- VISCAINO AREVALO, D.F.; TERRAZAN, E.A. (2015). Diferencias trascendentales entre matematización de la física y matematización para la enseñanza de la física. *TED* N° 38 Pag.95 a 111. ISSN 0121-3814 Impreso. ISSN 2323-0126 Web.