

Taller “Enseñanza de la matemática bajo el enfoque de la Resolución de Problemas”

Pablo Coll
Universidad Nacional de Moreno

Fernando Chorny
Universidad Nacional de Moreno

2017

Resumen

En este trabajo compartimos –para someter a discusión– la experiencia de este taller, desarrollado durante 2016 en la Universidad Nacional de Moreno y destinado a profesores de matemática de escuelas secundarias de la zona. El Taller se propuso con la intención de poner a los docentes en el rol de resolver un problema desconocido y brindarles con ello recursos para comprender a sus propios alumnos cuando son desafiados a resolver problemas en la clase de matemática. Nos interesa compartir la manera en que llevamos a cabo este proceso y construimos un grupo de docentes que pudo pensarse a sí mismo en el triple rol de docente, estudiante y matemático.

Palabras clave— Resolución de problemas, matemática, formación docente.

1. Introducción

La transición entre la Escuela Secundaria y la Universidad es un aspecto crucial en la problemática de la inclusión y la retención de los estudiantes que inician sus estudios universitarios. Enfocando en ese aspecto, la Universidad promueve y desarrolla actividades que buscan construir y fortalecer los vínculos entre ambos niveles educativos. Pensamos que para acercar a los estudiantes de la Escuela Secundaria a la Universidad es necesario, interesante y motivador, acercar también a sus docentes. Los profesores de la escuela son fuertes referentes y motivadores de los intereses de los alumnos. Tienen un acceso más personal, porque los conocen de todo el año (y muchas veces de varios años), tienen su confianza y la oportunidad (¡y responsabilidad!) de influir en ellos positivamente para estimularlos a proseguir sus estudios.

Queremos que la Universidad no se muestre divorciada de la Escuela Secundaria, que no la responsabilice (como desafortunadamente sucede muchas veces entre los niveles educativos consecutivos) de las problemáticas de aprendizaje de los estudiantes, que puedan

pensarse juntas como instituciones que tienen el objetivo común de formar y educar. Queremos poder descubrir junto a los docentes de la Escuela Secundaria las soluciones y las estrategias comunes que podamos encontrar para nuestros alumnos.

En nuestro caso, nos convoca la matemática, una materia que históricamente se ha instalado en los distintos niveles con una carga negativa que es necesario revertir.

Entre otras iniciativas que se han desarrollado y que seguramente se desarrollarán en el futuro, se convocó –en esta oportunidad– a docentes de escuelas secundarias de Moreno a participar de un taller de resolución de problemas de matemática, que fue acreditado dentro del Programa Nuestra Escuela, dependiente del INFoD.

Este breve relato se propone comunicar los objetivos que nos propusimos y algunas alternativas de cómo intentamos alcanzarlos. Tenemos identificados algunos de nuestros logros y algunos de nuestros desaciertos. Nos estimula pensar que la posibilidad de someterlo al debate y a las inquietudes de colegas permita identificar aspectos que se nos pasaron por alto, preguntas que todavía no nos hicimos o preguntas que sí nos hicimos, pero que todavía no alcanzamos a respondernos y puedan abordarse en esta instancia de socialización.

2. Descripción general

El Taller se desarrolló a lo largo de doce encuentros semanales de 3 horas, entre agosto y noviembre de 2016. Asistieron al Taller unos 20 docentes.

Se trabajó en base a objetivos presentados en dos direcciones específicas:

- Acrecentar el propio bagaje de recursos, herramientas, y técnicas para abordar la resolución de problemas.
- Desarrollar nuevas perspectivas y visiones sobre la didáctica del trabajo con resolución de problemas en el aula.

Apuntando a estos objetivos, se propuso una dinámica con alto porcentaje del tiempo del encuentro dedicado a la resolución de problemas y, hacia el final del ciclo, se trabajó en la discusión y planificación de secuencias didácticas de problemas para que los docentes participantes llevaran a sus aulas.

A lo largo de los encuentros, se fue construyendo en el Taller una modalidad de trabajo para instalar ciertas rutinas necesarias, pues la dinámica venía a romper con estructuras a las que los participantes estaban acostumbrados y esperaban, según manifestaron en las encuestas finales. Esta modalidad de trabajo constaba de las siguientes etapas:

- Un primer momento para ir encontrándonos, desplegando los materiales, acomodando los bancos en ronda (pasaron algunos encuentros hasta que los participantes mismos

fueron quienes se encargaban ya espontáneamente de romper la estructura de bancos mirando hacia el pizarrón que nos recibía cada vez que entrábamos al aula).

- Un momento en que el o la participante que lo deseara podía exponer para sus compañeros una solución completa o un estado de avance de alguno de los problemas pendientes de solución que habían quedado sin resolver en encuentros anteriores. Esta presentación se hacía desde el pizarrón y quienes lo preferían se apoyaban en imágenes proyectadas desde la computadora, generalmente con el uso de hojas de cálculo o de construcciones con GeoGebra.
- Un momento en que desde la Coordinación del Taller se repartía a los participantes una fotocopia con nuevos problemas especialmente seleccionados (con el correr de los encuentros se habilitó una lista de distribución de correo y los participantes mismos proponían problemas seleccionados por ellos de fuentes diversas).
- Un momento de lectura general de los problemas propuestos con una instancia de votación, para elegir uno o dos entre los aproximadamente cinco problemas ofrecidos, con el fin de dirigir todas las energías a objetivos más focalizados (se adjuntan los problemas de uno de los encuentros, a modo de ejemplo).
- Un momento central del encuentro en que los participantes se agrupaban o trabajaban individualmente, según su preferencia y pensaban avances posibles en las resoluciones de los problemas seleccionados. En esta etapa los coordinadores del Taller interactuaban en diálogo con los participantes o bien favorecían el diálogo entre distintos participantes que estaban pensando un mismo problema.
- Una etapa de cierre en la que se comentaban los avances logrados, siempre respetando la posibilidad de que algún participante prefiriera no enterarse de la solución por medio de un colega y contribuyendo a construir el espíritu de desafío y de expectativa de ser uno mismo quien tenga la satisfacción de llegar a una solución.

Con el Taller ya avanzado, se sumaron los profesores Daniel Jader y Gastón Bidart Gauna, integrantes del equipo docente del área de matemática de nuestra Universidad, quienes interactuaron con los participantes y los ayudaron a organizarse en grupos para planificar clases que permitieron llevar a las aulas propuestas didácticas basadas en la resolución de problemas.

En esta etapa los participantes se agruparon por afinidad de intereses y conformaron grupos. Cada grupo llevó la propuesta a la escuela en la que se desempeñaba uno de sus integrantes, quien gestionó una clase para sus alumnos, acompañado por sus colegas y por Daniel Jader o Gastón Bidart Gauna, quienes asumieron roles tanto en la implementación logística de la clase como en el registro escrito de sus alternativas. En los últimos encuentros del Taller los distintos grupos expusieron su experiencia, contando sus impresiones, discutiendo la fundamentación didáctica de la clase que habían diseñado y analizando sus aspectos positivos y sus aspectos mejorables.

Otra alternativa ofrecida a los participantes en la etapa de acreditación del Taller fue la de presentar por escrito, de manera ordenada y formal, la solución original de alguno de

los problemas propuestos. Aquí el objetivo era completar un ciclo que tiene una etapa de “cocina”, donde se piensan las ideas que conducen a la solución y concluye con la comunicación formal, ya ordenada y redactada de acuerdo a las convenciones académicas de la escritura matemática.

El cierre del ciclo fue muy positivo. Con la clara impresión de que habíamos hecho un recorrido de menor a mayor, con participantes que expresaron su interés por la propuesta en encuestas individuales y se manifestaron interesados en que tengamos en el futuro posibilidad de seguir compartiendo estos espacios que tienden puentes entre la Escuela Secundaria y la Universidad.

3. Primer encuentro: ¿cómo arrancamos el Taller?

En esta sección describimos brevemente el primer encuentro, porque nos resultó desafiante pensar en cómo romper el hielo y porque en el transcurso del mismo pudimos trazar una panorámica de los puntos por los que el Taller se proponía transitar.

Los docentes estaban citados en un aula de la universidad. Nos encontramos allí, con las sillas puestas en ronda¹.

Los participantes que habían llegado (y otros que fueron llegando después) se presentaron y los fuimos anotando en una lista proyectada con un cañón y construida en un archivo de GeoGebra preprogramado que permitió construir a la vista de todos el siguiente grafo:

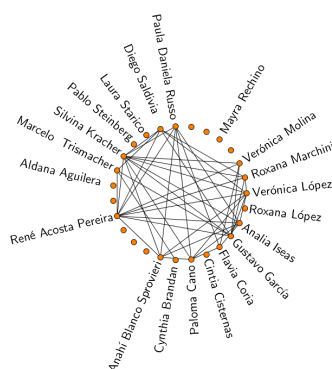


Figura 1: Grafo de conocimiento personal de los participantes, previo al Taller.

Los puntos sin nombre representan a participantes inscriptos que no concurrieron. Las aristas del grafo unen a los participantes que se conocían previamente. Esta introducción tenía diversos objetivos:

¹Las habíamos puesto así unas horas antes, pero fueron restituidas a su posición original (todas mirando al pizarrón) por el personal que ordena las aulas. Varias veces pensamos que habría que trabajar con ellos para modificar la concepción de lo que en el imaginario popular es *un aula ordenada*.

- Identificar la red de vínculos previos para poder utilizarla con distintos criterios a la hora de conformar grupos de trabajo.
- Mostrar un uso de GeoGebra que demandó el manejo de algunos recursos matemáticos y resultó fuente de problemas interesantes de resolver.
- Mostrar un recurso de representación de la información que luego podría recuperarse (algunos participantes lo notaron y así lo hicieron) al resolver uno de los problemas que se propusieron para la parte central del encuentro.

Después de construir el grafo y terminar de pasar lista presentamos una descripción de los temas que nos habíamos propuesto atravesar a lo largo del curso. A continuación nos referimos a la estructura en la que organizamos las temáticas del Taller.

3.1. Mapa conceptual del Taller

Organizamos el mapa como un árbol que se ramifica desde su tronco principal

$$RP = \textit{Resolución de problemas}$$

en seis direcciones, cada una con ramificaciones más finas.

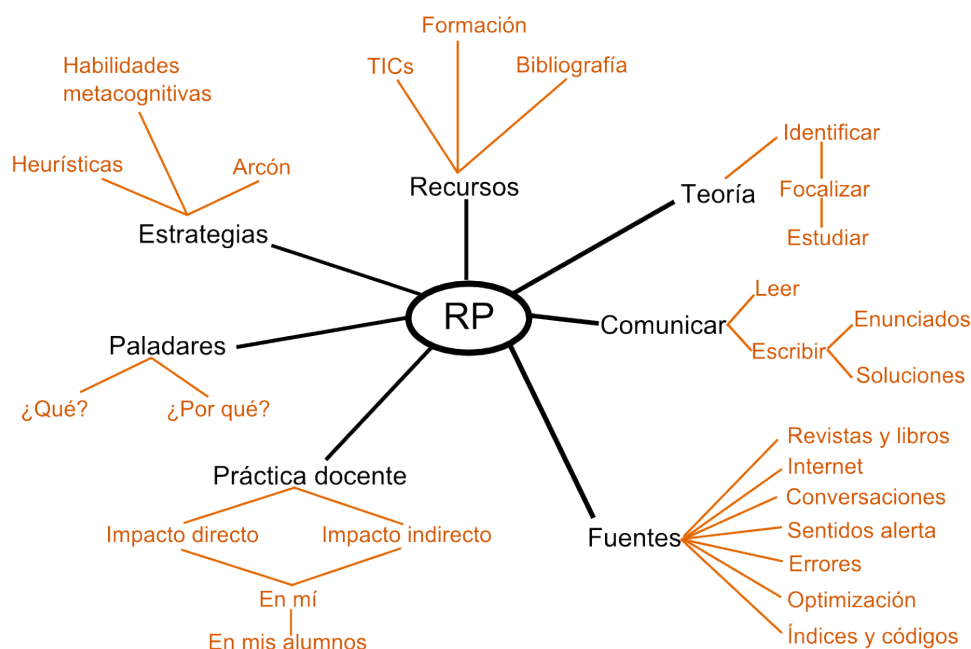


Figura 2: Descripción de temas del curso.

Proponemos una breve descripción para acompañar la lectura visual de las ramas principales del árbol, tal como la fuimos compartiendo con los participantes.

- Estrategias: se trata de poner en marcha algo que podríamos pensar como lo opuesto de un círculo vicioso: un círculo virtuoso o *beneficioso*. Resolver problemas matemáticos requiere, entre otras cosas, desplegar estrategias. La movilización de estrategias genera experiencia y la experiencia posibilita abordar nuevos problemas y derivar nuevas estrategias de otras ya ensayadas antes. ¿Cómo se echa a rodar este círculo? Por ejemplo, intercambiando estrategias e ideas con otros: docentes o pares (¡y muchas veces también alumnos!).
- Recursos: se refiere a los que desplegamos o identificamos como importantes durante el taller. Hablamos de nuestra propia formación. Es un recurso que el abordaje de determinados problemas nos puede llevar a la necesidad de ampliar. También de las TICs, un tema tan vasto que ameritaría un taller específico. Tenemos una debilidad por GeoGebra y lo pusimos en juego permanentemente como recurso para explorar los problemas. Por otra parte, recurrimos a hojas de cálculo y a la posibilidad de hacer exposiciones apoyadas visualmente en las proyecciones de la PC en el pizarrón, mediante el cañón. También nos comunicamos con los participantes mediante una lista de correo. Por último, de la bibliografía, el recurso por excelencia; tanto en papel impreso como en formato digital.
- Teoría: planteamos de entrada que uno de los rumbos que el Taller podría llegar a tomar era el de terminar conformando grupos de estudio sobre temas matemáticos específicos. En un curso de matemática tradicional esos temas vienen propuestos como contenidos y la bibliografía pertinente está seleccionada como parte del programa. En nuestro Taller se trabajaría con problemas en principio no identificados con contenidos específicos. Por lo tanto, esos contenidos tendrían que brotar a los costados del camino y podía ser una decisión de cada participante indagar un poco en cada uno de ellos.
- Fuentes: ¿Dónde encontramos problemas matemáticos? De una cosa podemos estar seguros: siempre habrá más problemas que los que la duración de la vida nos permita resolver. Nunca nos quedaremos sin problemas. Hay muchos, de todos los temas y de todos los niveles de dificultad. Pero encontrar, descubrir o formular problemas es parte de la actividad que alentamos en el Taller.
- Paladares: ¿qué tipo de problemas nos gustan y por qué? Dos preguntas que exploremos en el Taller, no solo para elegir los problemas que más pudiéramos disfrutar, sino porque también se pone en juego una cuota de sensibilidad matemática para poder caracterizar estilos específicos de problemas.
- Comunicar: es la etapa final de la resolución de un problema. Durante la exploración hay intentos, apuntes desordenados, gráficos aproximados, notación que luego se puede mejorar. Con el problema resuelto, se vuelve necesario contárselo a los demás, convencerlos, demostrar. Esa escritura tiene pautas y es una competencia que se debe desarrollar. Y no solo para la exposición de las soluciones definitivas, sino para la descripción precisa de los puntos en los que una resolución se estanca. Porque si queremos conseguir colaboración tenemos que ser capaces de poner acompañar a nuestro interlocutor hasta el punto en el que no pudimos continuar.
- Práctica docente: una instancia esencial del Taller. La expectativa de los participantes por ver el impacto en sus propias clases de la experiencia acumulada en el Taller.

Desde un principio planteamos que ese impacto podía darse en forma indirecta: la formación permanente de un docente siempre se manifiesta de un modo u otro en sus clases. Pero también buscamos la posibilidad de impactar en forma directa, acompañando a los docentes en una experiencia en sus aulas, basada en la resolución de problemas.

4. Algunos ejemplos

Esta sección ilustra con algunos ejemplos el tipo de problemas que propusimos a los docentes. Están tomados de distintas fuentes, a veces adaptados y a veces creados por nosotros mismos.

Problema 1. La señora y el señor Giménez participan de una fiesta con otras tres parejas. Algunos se saludan estrechándose las manos. Nadie estrechó su mano con su pareja, ni estrechó la mano más de una vez a otra persona. Una vez que los saludos terminan, el señor Giménez le pregunta a todos los asistentes, incluyendo a su señora, con cuántas personas estrecharon sus manos. Para su sorpresa, todos le dieron respuestas diferentes.

- a) ¿Con cuántas personas estrechó su mano la señora Giménez?
- b) ¿Cómo puede el señor Corvalán averiguar a cuántos estrechó la mano su señora si se entera de que el señor Giménez obtuvo todas respuestas diferentes?

(Fuente: [2])

Este problema despertó especial interés en los participantes. En particular, el recurso simpático de haber propuesto la construcción del grafo de relaciones previas (ver Figura 1) brindó un recurso de visualización que algunos consiguieron relacionar y aprovechar.

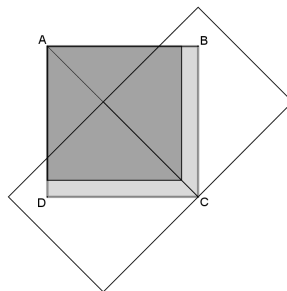
Problema 2. No todos los problemas matemáticos que nos cruzamos por esta vida vienen escritos en un papel. (Fuente: Pablo Coll, Fernando Chorny)

Problema 3. No todos los problemas matemáticos que nos cruzamos por esta vida vienen escritos en un papel o en el formato del problema anterior. (Fuente: [8])

Algunas aclaraciones sobre las características de los problemas propuestos, sus intenciones, nuestro criterio de selección y los oscuros enunciados de los problemas 3 y 2. Comencemos por esto último: el problema 3 fue tomado de la página referenciada en la bibliografía y consiste en la exhibición de un video que no formula un problema en forma explícita, sino que presenta una situación que, adecuadamente interpretada debería desembocar en el enunciado de un problema por parte de los participantes. Con el problema 2 ocurre algo similar, pero la situación fue presentada a los participantes en el mismo ámbito del aula, con la intervención de un material concreto: una variedad de vasitos de plástico de diferentes dimensiones, todos con forma de cono

truncado, que al ser lanzados a rodar por el suelo describían distintas circunferencias. Se esperaba que la sola observación de ese fenómeno sumada a la presencia de un último vaso, que estaba prohibido manipular, inspirara a los participantes alguna pregunta abordable desde la matemática.

Problema 4. El cuadrado $ABCD$ tiene lado 1. Está cubierto por tres cuadrados de lado a , dispuestos como indica la siguiente figura. Prueben que a es mayor o igual que $2(\sqrt{2} - 1)$. Propuesto por una participante del Taller.



Este problema, para nuestra sorpresa, presentó particulares dificultades, especialmente en la interpretación de lo que el enunciado pedía probar. Tuvo, desde ese lugar, el valor de hacer reflexionar a los docentes acerca de lo que le sucede a sus propios alumnos cuando tienen estas mismas dificultades para interpretar un enunciado. Si bien nosotros teníamos una solución, pudimos mantener el problema abierto hasta que la genuina curiosidad de algunos participantes los llevó a estudiarlo a fondo y finalmente resolverlo.

Bibliografía

- [1] Miguel de Guzmán, *Para pensar mejor*, Ed. Labor, Barcelona, 1991.
- [2] Loren C. Larson, *Problem-Solving Thought Problems*, Springer-Verlag, New York, 1983.
- [3] Edward Losansky, Cecil Rousseau, *Winning solutions*, Springer-Verlag, New York, 1996.
- [4] George Polya, *Cómo plantear y resolver problemas*, Trillas, México, 1965.
- [5] <https://cms.math.ca/crux/>
- [6] <http://gaussianos.com/>
- [7] www.geogebra.org/
- [8] <http://blog.mrmeyer.com/>